නව නිර්දේශය / புதிய பாடத்திட்டம் / New Syllabus

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

பகுதி B

* ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (a) $f(x)=x^2+px+c$, $g(x)=2x^2+qx+c$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $p,q\in\mathbb{R}$ உம் $c>0$ உம் ஆகும்.

$f(x)=0$, $g(x)=0$ ஆகியன ஒரு பொது மூலம் α ஐக் கொண்டுள்ளன எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $\alpha=p-q$ எனக் காட்டுக.

c ஐ p,q ஆகியவற்றில் கண்டு,

(i) $p>0$ எனின் $p<q<2p$ எனவும்

(ii) $f(x)=0$ இன் பிரித்துக்காட்டி $(3p-2q)^2$ எனவும்

உய்த்தறிக.

$f(x)=0$, $g(x)=0$ ஆகியவற்றின் மற்றைய மூலங்கள் முறையே β,γ எனக் கொள்வோம். $\beta=2\gamma$ எனக் காட்டுக.

மேலும் β,γ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $2x^2+3(2p-q)x+(2p-q)^2=0$ இனால் தரப்படுகின்றது எனக் காட்டுக.

(b) $h(x)=x^3+ax^2+bx+c$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a,b,c\in\mathbb{R}$ ஆகும். $h(x)$ இன் ஒரு காரணி x^2-1 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $b=-1$ எனக் காட்டுக.

மேலும் $h(x)$ ஆனது x^2-2x இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி $5x+k$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு $k\in\mathbb{R}$ ஆகும். k இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, $h(x)$ ஐ வடிவம் $(x-\lambda)^2(x-\mu)$ இல் எழுதலாம் எனக் காட்டுக; இங்கு $\lambda,\mu\in\mathbb{R}$.

12. (a) ஐந்து பியானோ வாசிப்பவர்கள், ஐந்து கிதார் வாசிப்பவர்கள், மூன்று பெண் பாடகர்கள், ஏழு ஆண் பாடகர்கள் ஆகியோரிலிருந்து செப்பமாக இரு பியானோ வாசிப்பவர்களும் குறைந்தபட்சம் நான்கு கிதார் வாசிப்பவர்களும் இடம்பெறுமாறு பதினொரு உறுப்பினர்களைக் கொண்ட ஓர் இசைக் குழுவைத் தெரிவுசெய்ய வேண்டியுள்ளது. அத்தகைய எத்தனை வெவ்வேறு இசைக் குழுக்கள் தெரிவுசெய்யப்பட முடியுமெனக் காண்க.

இவற்றுள் செப்பமாக இரு பெண் பாடகர்களைக் கொண்டிருக்கும் இசைக் குழுக்களின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.

(b) $r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r=\dfrac{3r-2}{r(r+1)(r+2)}$, $V_r=\dfrac{A}{r+1}-\dfrac{B}{r}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $A,B\in\mathbb{R}$.

$r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r=V_r-V_{r+1}$ ஆகுமாறு A, B ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $n\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $\displaystyle\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}U_r$ ஒருங்குகிறதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

இப்போது $r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $W_r=U_{r+1}-2U_r$ எனக் கொள்வோம். $\displaystyle\sum_{r=1}^{n}W_r=U_{n+1}-U_1-\sum_{r=1}^{n}U_r$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}W_r$ ஒருங்குகிறதென உய்த்தறிந்து, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

Scanned with CamScanner

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a+1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a \in \mathbb{R}$.

$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{B} - \mathbf{I} = \mathbf{C}$ எனக் காட்டுக; இங்கு $\mathbf{I}$ வரிசை 2 ஐ உடைய சர்வசமன்பாட்டுத் தாயம் ஆகும்.

மேலும், $a \neq 0$ ஆக **இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம்** $\mathbf{C}^{-1}$ இருக்கும் எனவும் காட்டுக.

இப்போது, $a = 1$ எனக் கொள்வோம். $\mathbf{C}^{-1}$ ஐ எழுதுக.

$\mathbf{CPC} = 2\mathbf{I} + \mathbf{C}$ ஆகுமாறு தாயம் $\mathbf{P}$ ஐக் காண்க.

(*b*) $z, w \in \mathbb{C}$ எனக் கொள்வோம். $|z|^2 = z\bar{z}$ எனக் காட்டி, அதனை $z - w$ இற்குப் பிரயோகித்து,

$|z-w|^2 = |z|^2 - 2\,\mathrm{Re}\, z\bar{w} + |w|^2$ எனக் காட்டுக.

$|1 - z\bar{w}|^2$ இற்கும் ஓர் ஒத்த கோவையை எழுதி, $|z-w|^2 - |1-z\bar{w}|^2 = -\left(1-|z|^2\right)\left(1-|w|^2\right)$ எனக் காட்டுக.

$|w| = 1$, $z \neq w$ எனின், $\left|\dfrac{z-w}{1-z\bar{w}}\right| = 1$ என உய்த்தறிக.

(*c*) $1+\sqrt{3}\,i$ ஐ வடிவம் $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $r > 0$ உம் $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ உம் ஆகும்.

$(1+\sqrt{3}\,i)^m (1-\sqrt{3}\,i)^n = 2^8$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு m, n ஆகியன நேர் நிறையெண்கள். த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, m, n ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைத் துணிவதற்குப் போதுமான சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

14. (*a*) $x \neq 3$ இற்கு $f(x) = \dfrac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$ எனக் கொள்வோம்.

$x \neq 3$ இற்கு $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $f'(x) = \dfrac{9(1-x)}{(x-3)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றது எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $f(x)$ அதிகரிக்கின்ற ஆயிடையையும் $f(x)$ குறைகின்ற ஆயிடைகளையும் காண்க.

மேலும் $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

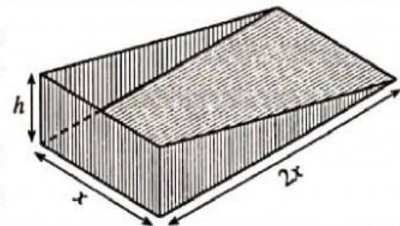
$x \neq 3$ இற்கு $f''(x) = \dfrac{18x}{(x-3)^4}$ **எனத் தரப்பட்டுள்ளது.**

$y = f(x)$ இன் வரைபின் விபத்திப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

$y = f(x)$ இன் வரைபை அணுகுகோடுகள், திரும்பற் புள்ளி, விபத்திப் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டிப் பருமட்டாக வரைக.

(*b*) ஒரு தூசித் தட்டின் கைப்பிடி இல்லாத பகுதியை அருகே உள்ள உரு காட்டுகின்றது. சென்ரிமீற்றரில் அதன் பரிமாணங்கள் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன. அதன் கனவளவு x^2h cm^3 ஆனது 4500 cm^3 எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு S cm^2 ஆனது $S = 2x^2 + 3xh$ இனால் தரப்பட்டுள்ளது. $x = 15$ ஆக இருக்கும்போது S குறைந்தபட்சமாகும் எனக் காட்டுக.



[பக். 9 ஐப் பார்க்க

Scanned with CamScanner

15. (*a*) எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $x^3 + 13x - 16 = A(x^2+9)(x+1) + B(x^2+9) + 2(x+1)^2$ ஆகுமாறு A, B ஆகிய மாறிலிகள் உள்ளனவெனத் தரப்பட்டுள்ளது.

A, B ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\dfrac{x^3+13x-16}{(x+1)^2\,(x^2+9)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களில் எழுதி,

$\displaystyle\int \frac{x^3+13x-16}{(x+1)^2\,(x^2+9)}\,dx$ ஐக் காண்க.

(*b*) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி, $\displaystyle\int_0^1 e^x \sin^2 \pi x\, dx$ ஐப் பெறுமானங் கணிக்க.

(*c*) a ஒரு மாறிலியாக இருக்கும் சூத்திரம் $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ ஐப் பயன்படுத்தி,

$\displaystyle\int_0^\pi x\cos^6 x\, \sin^3 x\, dx = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi \cos^6 x\, \sin^3 x\, dx$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\displaystyle\int_0^\pi x\cos^6 x\, \sin^3 x\, dx = \frac{2\pi}{63}$ எனக் காட்டுக.

16. $A \equiv (1, 2)$ எனவும் $B \equiv (3, 3)$ எனவும் கொள்வோம்.

A, B ஆகிய புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் நேர்கோடு l இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

ஒவ்வொன்றும் l உடன் கூர்ங்கோணம் $\frac{\pi}{4}$ ஐ ஆக்கிக்கொண்டு A இனூடாகச் செல்லும் l_1, l_2 என்னும் நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

l மீது உள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் வடிவம் $(1 + 2t, 2 + t)$ இல் எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}$.

l_1, l_2 ஆகிய இரண்டையும் தொடுவதும் மையம் l மீது உள்ளதும் ஆரை $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ஐ உடையதும் முழுவதும் முதலாம் கால்வட்டத்தில் அமைகின்றதுமான வட்டம் C_1 இன் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{31}{2} = 0$ எனவும் காட்டுக.

விட்டம் ஒன்றின் முனைகள் A ஆகவும் B ஆகவும் உள்ள வட்டம் C_2 இன் சமன்பாட்டை எழுதுக.

C_1, C_2 ஆகிய வட்டங்கள் நிமிர்கோணமாக இடைவெட்டுகின்றனவா எனத் துணிக.

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

Scanned with CamScanner

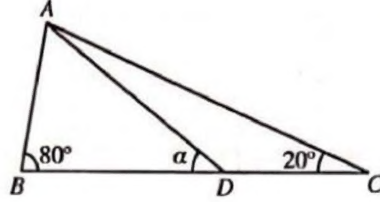
17. (*a*) $\sin(A-B)$ ஐ $\sin A$, $\cos A$, $\sin B$, $\cos B$ ஆகியவற்றில் எழுதுக.

(i) $\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$,

(ii) $2\sin 10^\circ=\cos 20^\circ-\sqrt{3}\sin 20^\circ$

என **உயத்தறிக.**

(*b*) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு முக்கோணி ABC இற்குச் **சைன் நெறியைக்** கூறுக.



உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இல் $A\hat{B}C=80^\circ$ உம் $A\hat{C}B=20^\circ$ உம் ஆகும். BC மீது புள்ளி D ஆனது $AB=DC$ ஆகுமாறு உள்ளது. $A\hat{D}B=\alpha$ எனக் கொள்வோம்.

பொருத்தமான முக்கோணிகளுக்குச் **சைன் நெறியைப்** பயன்படுத்தி, $\sin 80^\circ\sin(\alpha-20^\circ)=\sin 20^\circ\sin\alpha$ எனக் காட்டுக.

ஏன் $\sin 80^\circ=\cos 10^\circ$ என விளக்கி, **இதிலிருந்து,** $\tan\alpha=\dfrac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ-2\sin 10^\circ}$ எனக் காட்டுக.

மேலே (*a*)(ii) இல் உள்ள முடிவைப் பயன்படுத்தி $\alpha=30^\circ$ என **உய்த்தறிக.**

(*c*) சமன்பாடு $\tan^{-1}(\cos^2 x)+\tan^{-1}(\sin x)=\frac{\pi}{4}$ ஐத் தீர்க்க.

* * *

Scanned with CamScanner

NEW

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

பகுதி B

* **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

(இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிப்பிடுகின்றது.)

11. (a) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு P, Q, R என்னும் மூன்று புகையிரத நிலையங்கள் $PQ = 140$ km ஆகவும் $QR = a$ km ஆகவும் இருக்குமாறு ஒரு நேர்கோட்டில் உள்ளன. நேரம் $t = 0$ இல் ஒரு புகையிரதம் A ஆனது P இல் ஓய்விலிருந்து ஆரம்பித்து Q ஐ நோக்கி அரைமணித்தியாலத்திற்கு ஒரு மாறா ஆர்முடுகல் f km h^{-2} உடன் சென்று நேரம் $t = \frac{1}{2}$ h இல் அதற்கு இருந்த வேகத்தை மூன்று மணித்தியாலங்களுக்குப் பேணிக்கொண்டு செல்கின்றது. பின்னர் அது மாறா அமர்முடுகல் f km h^{-2} உடன் சென்று Q இல் ஓய்வுக்கு வருகின்றது. நேரம் $t = 1$ h இல் வேறொரு புகையிரதம் B ஆனது R இல் ஓய்விலிருந்து ஆரம்பித்து Q ஐ நோக்கி T மணித்தியாலத்திற்கு மாறா ஆர்முடுகல் $2f$ km h^{-2} உடனும் அதன் பின்னர் மாறா அமர்முடுகல் f km h^{-2} உடனும் சென்று Q இல் ஓய்வுக்கு வருகின்றது. இரு புகையிரதங்களும் ஒரே கணத்தில் ஓய்வுக்கு வருகின்றன. A, B ஆகியவற்றின் இயக்கங்களுக்கான வேக - நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக.

P ←140 km→ Q ←a km→ R

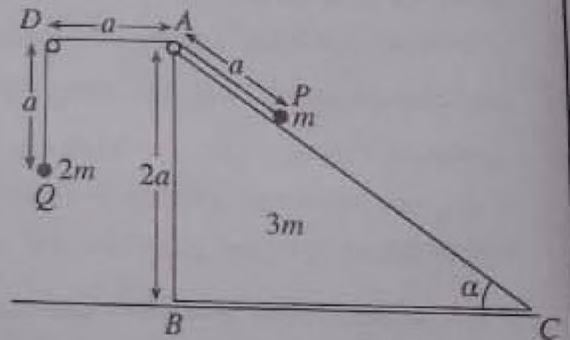
இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, $f = 80$ எனக் காட்டி, T, a ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) ஒரு கப்பல் புவி தொடர்பாகச் சீரான கதி u உடன் மேற்குநோக்கிச் செல்லும் அதே வேளை ஒரு படகு புவி தொடர்பாகச் சீரான கதி $\frac{u}{2}$ உடன் ஒரு நேர்கோட்டுப் பாதையிற் செல்கின்றது. ஒரு குறித்த கணத்தில் படகிலிருந்து d தூரத்தில் வடக்கிலிருந்து கிழக்கிற்குக் கோணம் $\frac{\pi}{3}$ இல் கப்பல் உள்ளது.

(i) படகு புவி தொடர்பாக வடக்கிலிருந்து மேற்கிற்குக் கோணம் $\frac{\pi}{6}$ ஐ ஆக்கும் திசையில் செல்கின்றதெனின், படகு கப்பலை இடைமறிக்கலாமெனக் காட்டி, அது கப்பலை இடைமறிப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\frac{2d}{\sqrt{3}u}$ எனக் காட்டுக.

(ii) படகு புவி தொடர்பாக வடக்கிலிருந்து கிழக்கிற்குக் கோணம் $\frac{\pi}{6}$ ஐ ஆக்கும் திசையில் செல்லுமெனின், கப்பல் தொடர்பாகப் படகின் கதி $\frac{\sqrt{7}u}{2}$ எனக் காட்டி, கப்பலிற்கும் படகிற்குமிடையே உள்ள மிகக் குறுகிய தூரம் $\frac{d}{2\sqrt{7}}$ எனக் காட்டுக.

12. (a) உருவில் முக்கோணி ABC ஆனது $A\hat{C}B = \alpha$, $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$, $AB = 2a$ ஆகவுள்ளதும் BC ஐக் கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது வைக்கப்பட்ட திணிவு $3m$ ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக உள்ளதுமான நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டாகும். கோடு AC ஆனது அதனைக் கொண்டுள்ள முகத்தின் ஓர் அதியுயர் சரிவுக் கோடாகும். புள்ளி D ஆனது AD கிடையாக இருக்குமாறு ABC இன் தளத்தில் உள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளியாகும். A, D ஆகியவற்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள இரு சிறிய ஒப்பமான கப்பிகளுக்கு மேலாகச் செல்லும் நீளம் $3a$ ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் இரு நுனிகளுடனும் முறையே m, $2m$ என்னும் திணிவுகளை உடைய P, Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு துணிக்கை P ஆனது AC மீது பிடித்து வைக்கப்பட்டு $AP = AD = DQ = a$ ஆக இருக்குமாறு துணிக்கை Q சுயாதீனமாகத் தொங்கிக் கொண்டிருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை Q நிலத்தை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.



[பக். 8 ஐப் பார்க்க

(b) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஓர் ஒப்பமான மெல்லிய கம்பி $ABCDE$ ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. பகுதி ABC ஆனது மையம் O ஐயும் ஆரை a ஐயும் கொண்ட ஓர் அரைவட்டமும் பகுதி CDE ஆனது மையம் A ஐயும் ஆரை $2a$ ஐயும் கொண்ட ஒரு வட்டத்தின் கால் பகுதியும் ஆகும். A, C ஆகிய புள்ளிகள் O இனூடாகச் செல்லும் நிலைக்குத்துக் கோட்டிலும் கோடு AE கிடையாகவும் உள்ளன. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான மணி P ஆனது A இல் வைக்கப்பட்டு, அதற்குக் கிடையாக ஒரு வேகம் $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ தரப்படும் அதே வேளை அது கம்பி வழியே இயங்கத் தொடங்குகின்றது.

$\overrightarrow{OP}$ ஆனது $\overrightarrow{OA}$ உடன் ஒரு கோணம் θ $(0 \leq \theta \leq \pi)$ ஐ ஆக்கும்போது மணி P இன் கதி v ஆனது $v^2 = \frac{ga}{2}(5 - 4\cos\theta)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

மேற்குறித்த தானத்தில் கம்பியிலிருந்து மணி P மீதுள்ள மறுதாக்கத்தைக் கண்டு, $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$ ஆகவுள்ள புள்ளியை மணி P கடக்கும்போது அது அதன் திசையை மாற்றுமெனக் காட்டுக.

E இல் மணி P கம்பியிலிருந்து வெளியேறுவதற்குச் சற்று முன்னர் அதன் வேகத்தை எழுதி, அக்கணத்தில் கம்பியின் மூலம் மணி P மீது உள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

13. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது A, B, C, D, E என்னும் புள்ளிகள் அதே வரிசையில் ஒரு நேர்கோட்டில் $AB = 2a, BC = a, CD = 2a, DE = a$ ஆக இருக்குமாறு உள்ளன. இயற்கை நீளம் $2a$ ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு kmg ஐயும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி புள்ளி A உடனும் மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இயற்கை நீளம் a ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு mg ஐயும் உடைய வேறோர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி புள்ளி E உடனும் மற்றைய நுனி துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை P ஆனது C இல் பிடித்து வைக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படும்போது அது நாப்பத்தில் இருக்கின்றது. k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இப்போது துணிக்கை P ஆனது புள்ளி D ஐ அடையும் வரைக்கும் இழை AP இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. D தொடக்கம் B வரைக்கும் P இன் இயக்கத்திற்கான சமன்பாடு $\ddot{x} + \frac{3g}{a}x = 0$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $CP = x$ ஆகும். சூத்திரம் $\dot{x}^2 = \frac{3g}{a}(c^2 - x^2)$ ஐப் பயன்படுத்தித் துணிக்கை P ஆனது B ஐ அடையும்போது அதன் வேகம் $3\sqrt{ga}$ எனக் காட்டுக; இங்கு c ஆனது வீச்சமாகும். B ஐ அடையும்போது துணிக்கை P இற்கு ஒரு கணத்தாக்கு, அக்கணத்தாக்கிற்குச் சற்றுப் பின்னர் P இன் வேகம் $\overrightarrow{BA}$ இன் திசையில் $\sqrt{ag}$ ஆக இருக்குமாறு, தரப்படுகின்றது.

B ஐக் கடந்த பின்னர் கணநிலை ஓய்வுக்கு வரும் வரைக்கும் P இன் இயக்கத்தின் சமன்பாடு $\ddot{y} + \frac{g}{a}y = 0$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $DP = y$.

D இல் தொடங்கித் துணிக்கை P இரண்டாம் தடவை B ஐ அடைவதற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரம் $2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right)$ எனக் காட்டுக.

14. (a) **a**, **b** ஆகியன இரு அலகுக் காவிகள் எனக் கொள்வோம்.
ஓர் உற்பத்தி O ஐக் குறித்து A, B, C ஆகிய மூன்று புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $12\mathbf{a}$, $18\mathbf{b}$, $10\mathbf{a}+3\mathbf{b}$ ஆகும்.
$\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CB}$ ஆகியவற்றை **a**, **b** ஆகியவற்றில் எடுத்துரைக்க.
A, B, C ஆகியன ஒரேகோட்டிலுள்ளனவென **உய்த்தறிந்து**, $AC : CB$ ஐக் காண்க.
$OC=\sqrt{139}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $A\hat{O}B=\frac{\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.

(b) $ABCD$ ஆனது $AB = 2$ m ஆகவும் $B\hat{A}D=\frac{\pi}{3}$ ஆகவும் உள்ள ஒரு சாய்சதுரமாகும். AD, BA, BD, DC, CB ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்துகளின் ஒழுங்குமுறையினால் காட்டப்படும் திசைகளில் முறையே 10 N, 2 N, 6 N, P N, Q N பருமனுள்ள விசைகள் தாக்குகின்றன. விளையுள் விசையின் பருமன் 10 N எனவும் அதன் திசை BC இற்குச் சமாந்தரமாக B இலிருந்து C இற்கான திசை எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. P, Q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.
மேலும், விளையுள் விசையின் தாக்கக் கோடானது நீட்டப்பட்ட BA ஐச் சந்திக்கும் புள்ளியிலிருந்து A இற்குள்ள தூரத்தையும் காண்க.

இப்போது விளையுள் விசை A, C ஆகிய புள்ளிகளினூடாகச் செல்லுமாறு இடஞ்சுழிப் போக்கில் தாக்கும் திருப்பம் M Nm ஐக் கொண்ட ஓர் இணையும் ஒவ்வொன்றும் பருமன் F N ஐ உடையனவும் CB, DC ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்து ஒழுங்குமுறையினாற் காட்டப்படும் திசைகளில் தாக்குவனவுமான இரு விசைகளும் தொகுதியுடன் சேர்க்கப்படுகின்றன. F, M ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

15. (a) ஒவ்வொன்றினதும் நீளம் $2a$ ஆகவுள்ள AB, BC, CD என்னும் மூன்று சீரான கோல்கள் B, C ஆகிய முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. AB, BC, CD ஆகிய கோல்களின் நிறைகள் முறையே $W, \lambda W, 2\lambda W$ ஆகும். முனை A ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கோல்கள், மூட்டு C இலும் C இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலும் இணைக்கப்பட்டுள்ள ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினாலும் முனை D இற்குப் பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு கிடை விசை P இனாலும், A, C ஆகியன ஒரே கிடை மட்டத்திலும் கோல்கள் ஒவ்வொன்றும் நிலைக்குத்துடன் ஒரு கோணம் α ஐ ஆக்குவனவாகவும் இருக்குமாறு, ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே நாப்பத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. $\lambda=\frac{1}{3}$ எனக் காட்டுக.

மேலும், B இல் CB இனால் AB மீது உஞற்றப்படும் விசையின் கிடைக் கூறும் நிலைக்குத்துக் கூறும் முறையே $\frac{W}{3}\tan\alpha$, $\frac{W}{6}$ எனவும் காட்டுக.

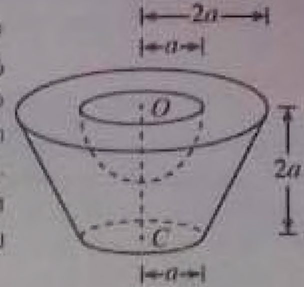
(b) அருகே உள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள சட்டப்படல் ஒவ்வொன்றும் $2a$ நீளமுள்ளனவும் A, B, C, D ஆகியவற்றில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டனவுமான AB, BC, CD, DA, BD ஆகிய இலேசான கோல்களினால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. B, D ஆகியவற்றில் முறையே $W, 2W$ என்னும் சுமைகள் உள்ளன. சட்டப்படல் A இல் ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு, உருவிற் காட்டியவாறு C இல் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கிப் பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு விசை P இனால் AB கிடையாக இருக்க நாப்பத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. P இன் பெறுமானத்தை W இற் காண்க.

போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து, **இதிலிருந்து**, கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளை அவை இழுவைகளா, உதைப்புகளா எனக் குறிப்பிட்டுக் காண்க.

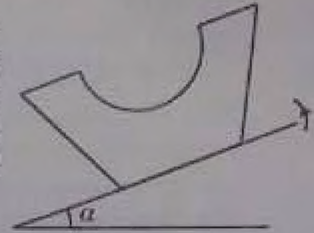
16. (i) அடியின் ஆரை r ஆகவும் உயரம் h ஆகவும் உள்ள ஒரு சீரான திண்மச் செவ்வட்டக் கூம்பின் திணிவு மையம் அடியின் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{h}{4}$ இல் உள்ளது எனவும்

(ii) ஆரை r ஆகவுள்ள ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையம் அதன் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{3r}{8}$ இல் உள்ளது எனவும்

காட்டுக.



அடியின் ஆரை $2a$ ஆகவும் உயரம் $4a$ ஆகவும் உள்ள ஒரு சீரான திண்மச் செவ்வட்டக் கூம்பின் அடித்துண்டிலிருந்து ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தை அகற்றிச் செய்யப்பட்டுள்ள ஓர் உரல் S அருகே உள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. அடித்துண்டினது மேல் வட்ட முகத்தின் ஆரை $2a$ உம் மையம் O உம் கீழ் வட்ட முகத்தின் ஆரை a உம் மையம் C உம் ஆகும். அடித்துண்டின் உயரம் $2a$ ஆகும். அகற்றப்பட்ட திண்ம அரைக்கோளத்தின் ஆரை a உம் மையம் O உம் ஆகும். உரல் S இன் திணிவு மையமானது O இலிருந்து தூரம் $\frac{41}{48}a$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக.



ஒரு கரடான கிடைத் தளத்தின் மீது உரல் S அதன் கீழ் வட்ட முகம் அத்தளத்தைத் தொடுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. இப்போது தளம் மெதுவாக மேல்நோக்கி ஒருசரிக்கப்படுகின்றது. உரலுக்கும் தளத்துக்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் 0.9 ஆகும். $\alpha < \tan^{-1}(0.9)$ எனின், உரல் நாப்பத்தில் இருக்குமெனக் காட்டுக; இங்கு α ஆனது கிடையுடன் தளத்தின் சாய்வாகும்.

17. (a) ஒரு குறித்த தொழிற்சாலையில் 50% ஆன உருப்படிகளைப் பொறி A உற்பத்தி செய்யும் அதே வேளை எஞ்சிய உருப்படிகள் B, C ஆகிய பொறிகளினால் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன. A, B, C ஆகிய பொறிகளினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் உருப்படிகளில் முறையே 1%, 3%, 2% ஆனவை குறைபாடுள்ளனவென அறியப்பட்டுள்ளது. ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த உருப்படி குறைபாடுள்ளதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.018 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. B, C ஆகிய பொறிகளினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் உருப்படிகளின் சதவீதங்களைக் காண்க.

ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த உருப்படி குறைபாடுள்ளதெனத் தரப்படும்போது அது பொறி A இனால் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட உருப்படியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) ஒரு குறித்த தொழிற்சாலையின் 100 ஊழியர்கள் தமது வீடுகளிலிருந்து சேவை நிலையத்திற்குச் செல்வதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் நேரங்கள் (நிமிடங்களில்) பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன:

எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை
0 – 20	10
20 – 40	30
40 – 60	40
60 – 80	10
80 – 100	10

மேலே தரப்பட்டுள்ள பரம்பலின் இடை, நியம விலகல், ஆகாரம் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

பின்னர், வகுப்பாயிடை 80 – 100 இல் இருந்த எல்லா ஊழியர்களும் தொழிற்சாலைக்கு அண்மையில் வதிவதற்குச் சென்றனர். அதனால் வகுப்பாயிடை 80 – 100 இன் மீடிறன் 10 இலிருந்து 0 இற்கும் வகுப்பாயிடை 0 – 20 இன் மீடிறன் 10 இலிருந்து 20 இற்கும் மாறின.

புதிய பரம்பலின் இடை, நியம விலகல், ஆகாரம் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

* * *